

I.3.4 Validation des critères de fatigue multiaxiaux

L'ensemble des résultats est présenté en annexe B sous forme de tableaux donnant les valeurs des fonctions de fatigue des deux groupes de critères (approche plan critique, approche globale) série par série. Ici sont présentés les graphiques du même type que ceux de la figure I.9. Il s'agit d'illustrer sur l'ensemble des essais l'efficacité ou la justesse des critères. Les graphiques donnent, rappelons-le, le nombre d'essais situés dans différentes plages d'intervalles de l'écart de validité (l'écart de validité est l'écart, en pourcentage, de la valeur de la fonction de fatigue du critère vis à vis de la valeur unité que donnerait un critère idéal).

I.3.4.1 Critères de fatigue de type plan critique

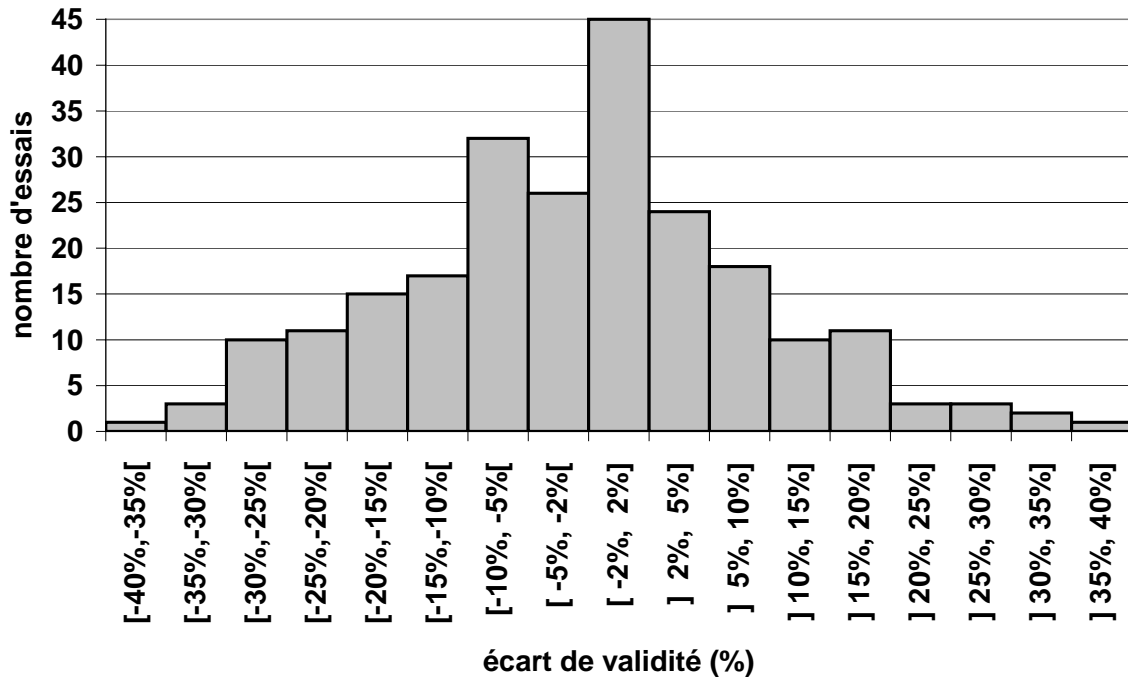


Figure I.10. Résultats obtenus avec le critère de Dang Van 1 (232 essais sur 233).

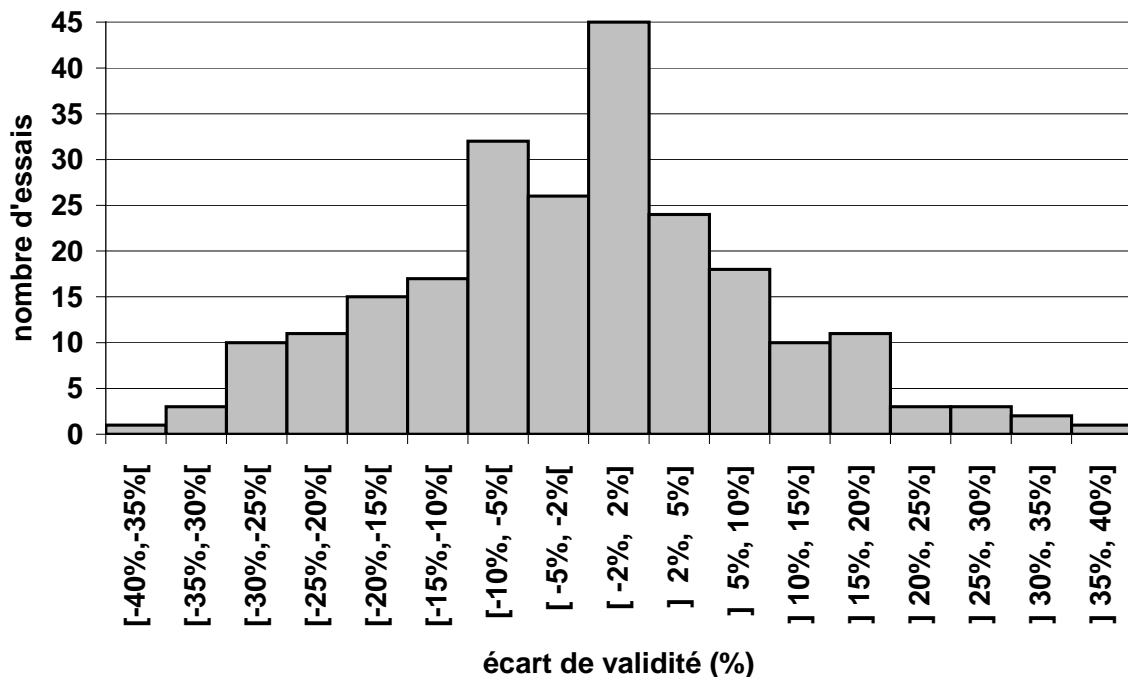


Figure I.11. Résultats obtenus avec le critère de Dang Van 2 (232 essais sur 233).

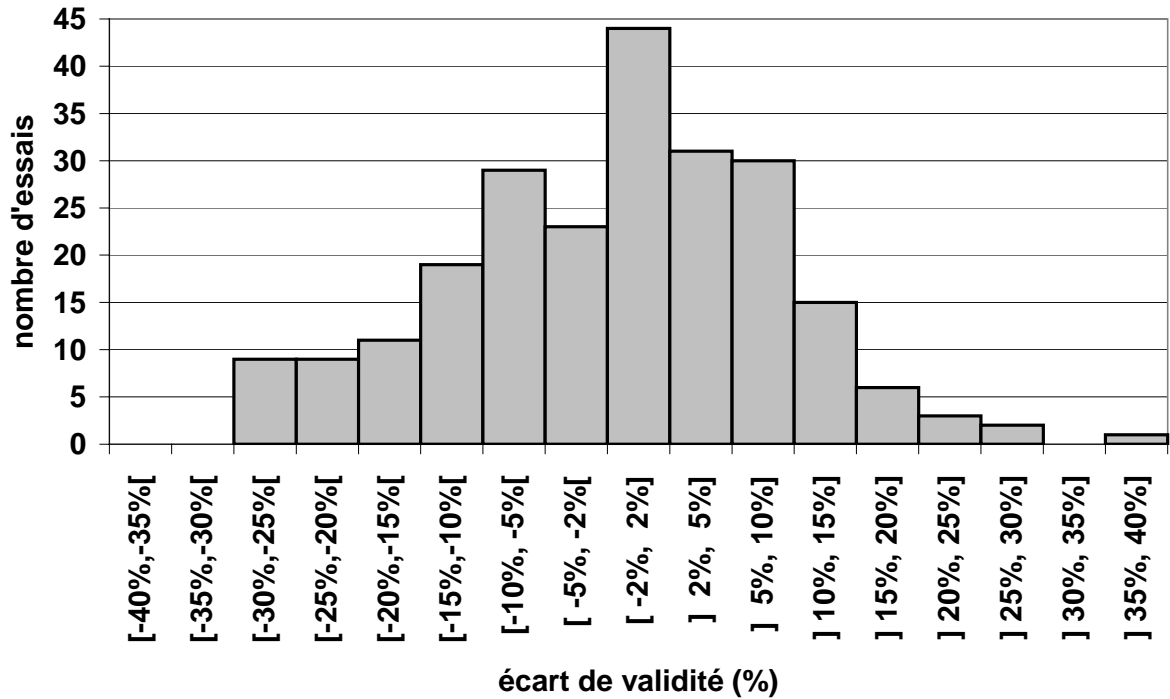


Figure I.12. Résultats obtenus avec le critère de Deperrois (232 essais sur 233).

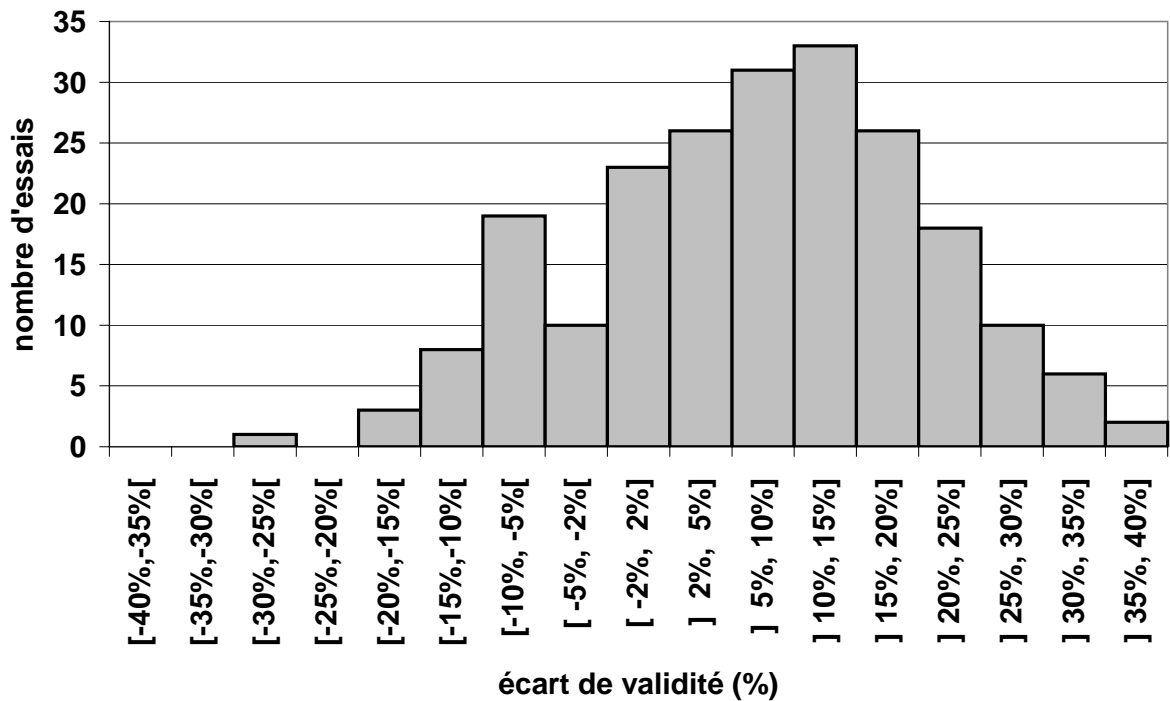


Figure I.13. Résultats obtenus avec le critère de Findley (216 essais sur 233).

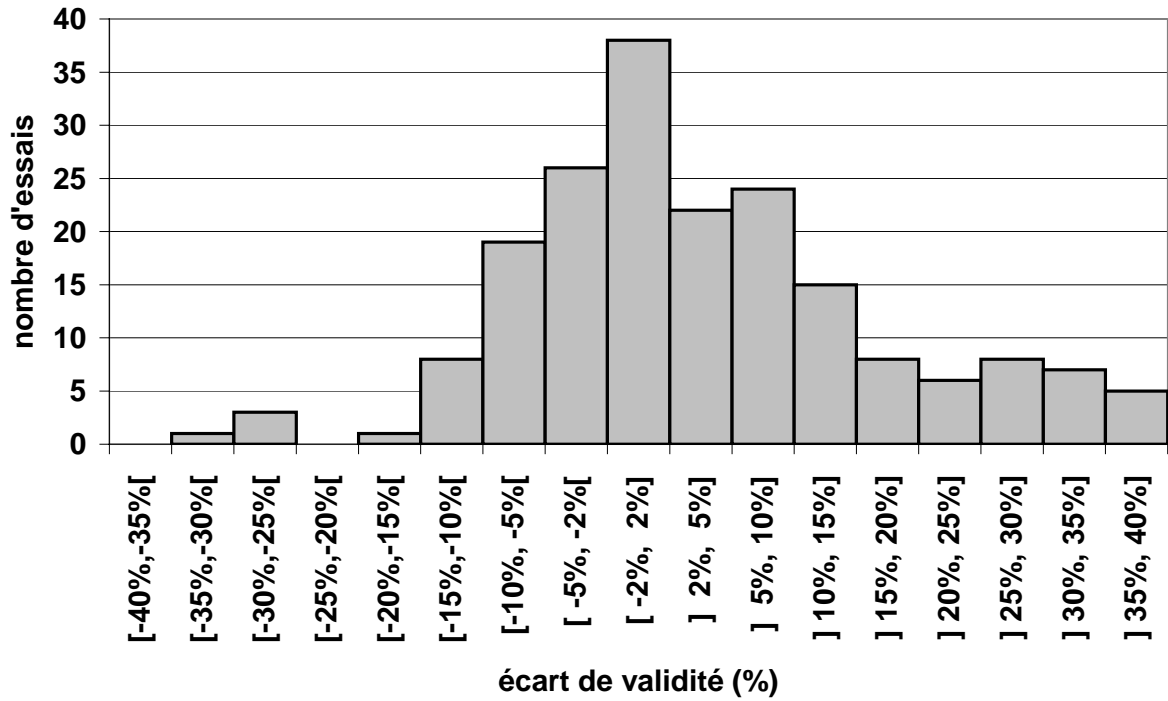


Figure I.14. Résultats obtenus avec le critère de Galtier & Séguret (191 essais sur 200).

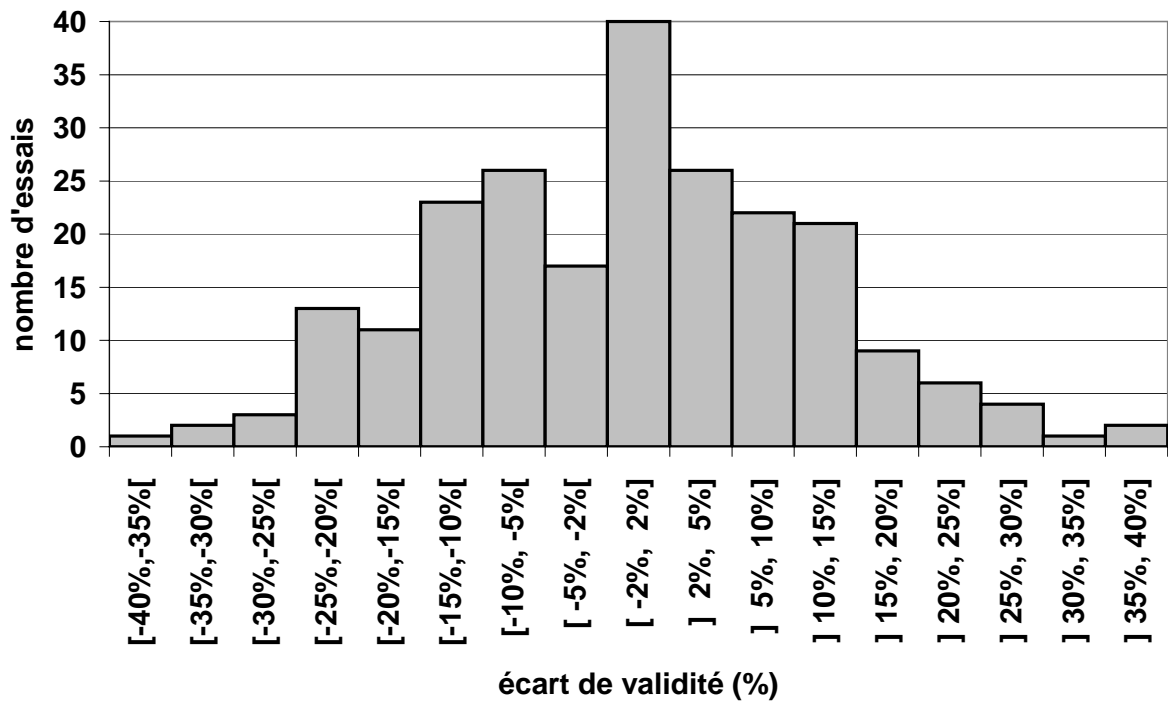


Figure I.15. Résultats obtenus avec le critère de Mataka (227 essais sur 233).

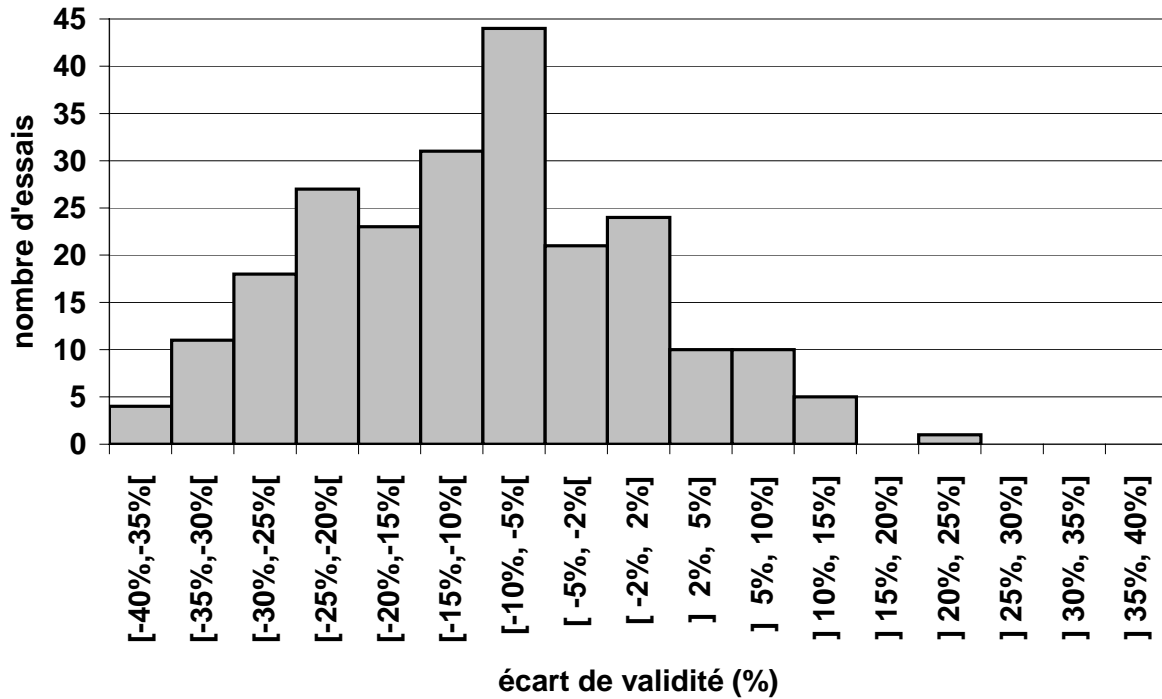


Figure I.16. Résultats obtenus avec le critère de McDiarmid 1 (229 essais sur 233).

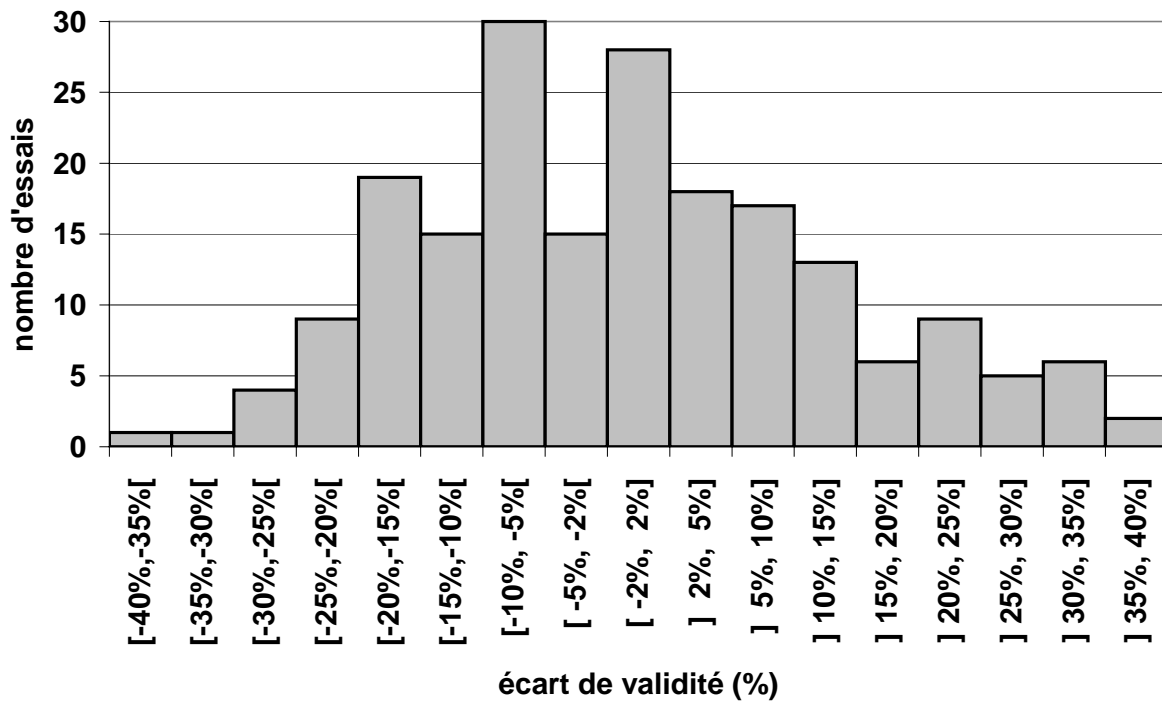


Figure I.17. Résultats obtenus avec le critère de McDiarmid 2 (198 essais sur 225).

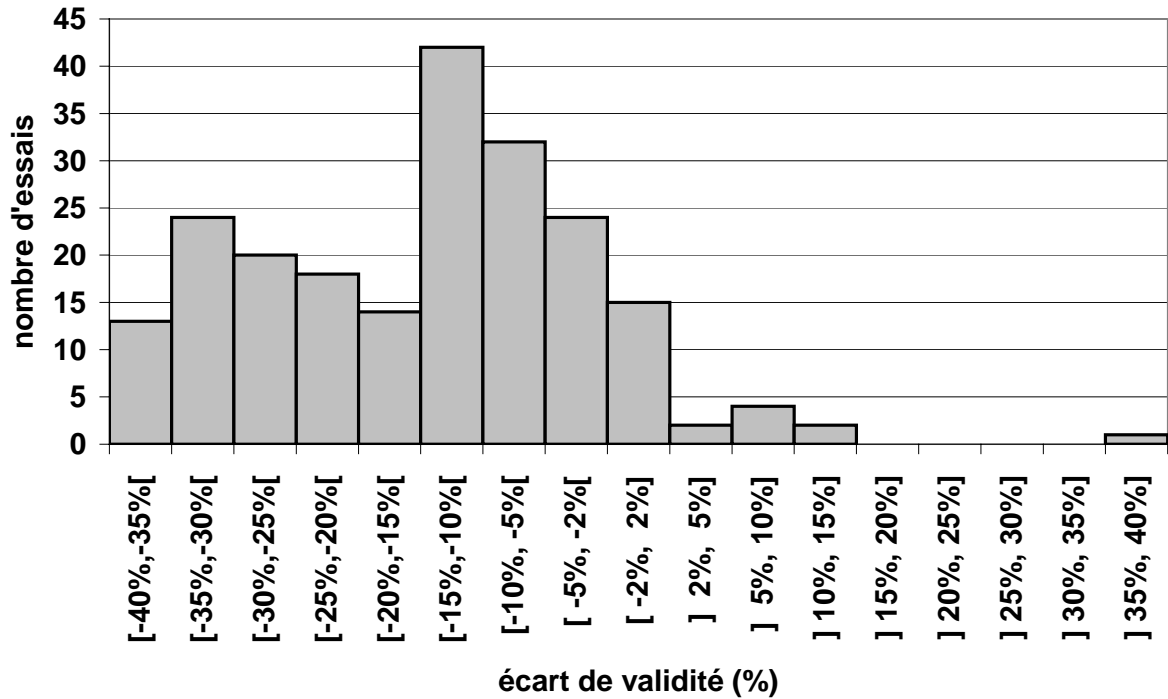


Figure I.18. Résultats obtenus avec le critère de Munday & Mitchell (211 essais sur 233).

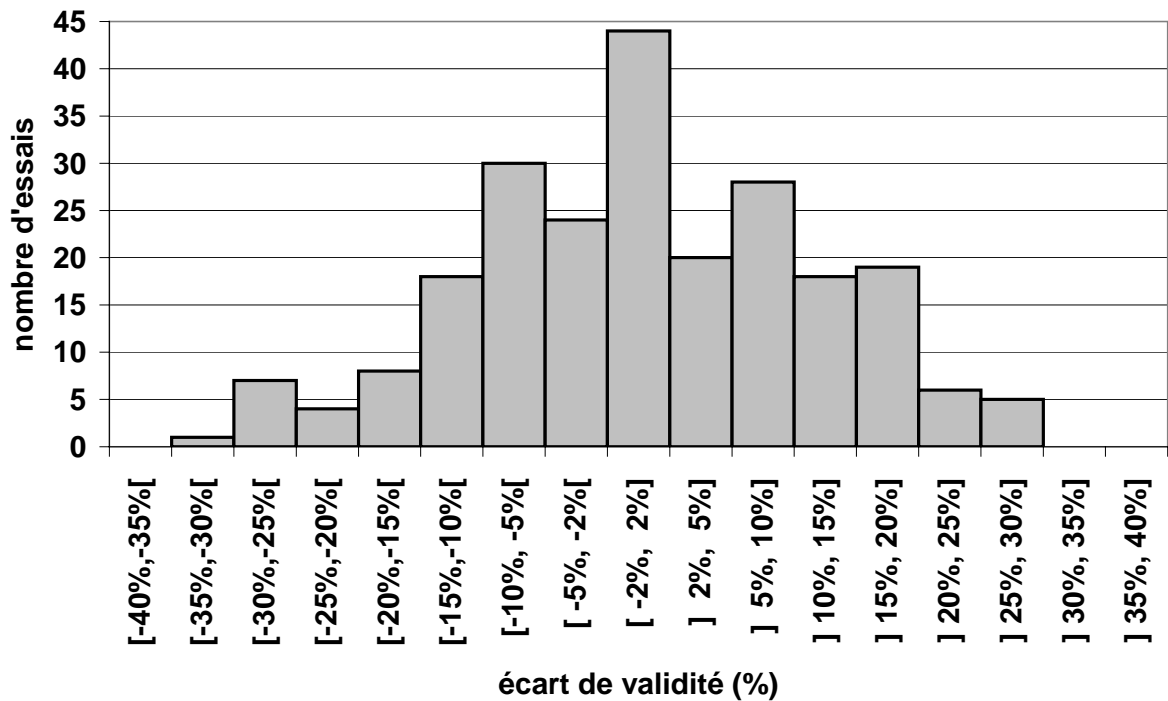


Figure I.19. Résultats obtenus avec le critère de Robert (232 essais sur 233).

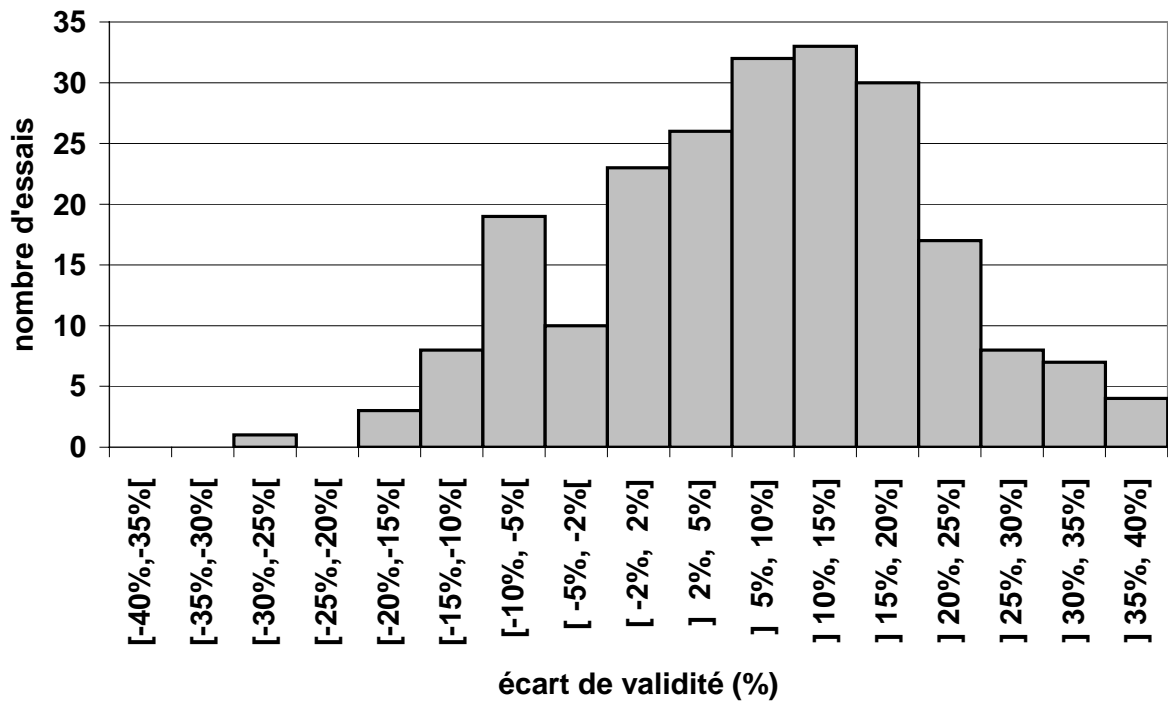


Figure I.20. Résultats obtenus avec le critère de Stulen & Cummings (221 essais sur 233).

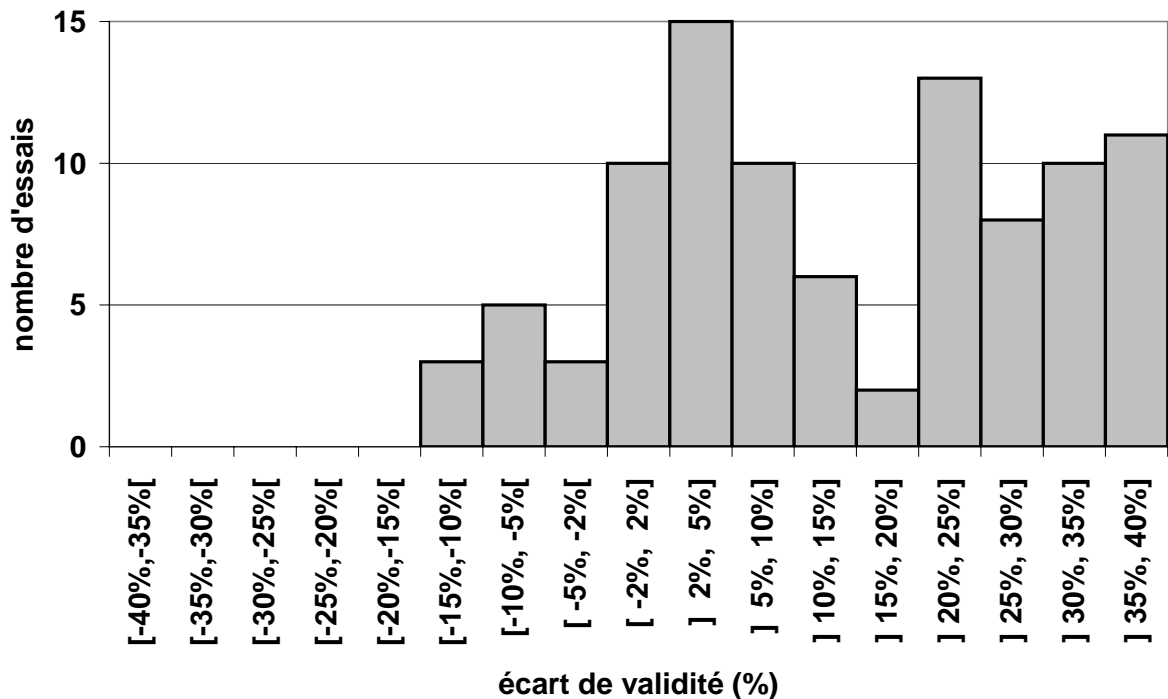


Figure I.21. Résultats obtenus avec le critère de Yokobori (96 essais sur 233).

Le tableau I.2 donne un récapitulatif des résultats obtenus. Apparaissent dans ce tableau le nombre d'essais répondant aux conditions de validité des critères, le nombre d'essais dont l'écart de validité est compris entre -40% et $+40\%$, le nombre d'essais compris dans l'intervalle $[-2\%, +2\%]$ correspondant donc à des résultats pouvant être considérés comme justes, le nombre d'essais compris dans l'intervalle $[-40\%, -2\%[$ et représentant des

prévisions non conservatives des critères et le nombre d'essais compris dans l'intervalle symétrique, c'est à dire $] +2\%, +40\%]$, zone de prévision conservative.

Critère	Nombre d'essais valides	Nombre d'essais dans l'intervalle $[-40\%, +40\%]$ (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle $[-2\%, +2\%]$ (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle $[-40\%, -2\%]$ (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle $] +2\%, +40\%]$ (pourcentage)
			« justesse »	« non conservatif »	« conservatif »
Dang Van 1	233	232 (99,6%)	45 (19,3%)	115 (49,4%)	72 (30,9%)
Dang Van 2	233	232 (99,6%)	45 (19,3%)	115 (49,4%)	72 (30,9%)
Deperrois	233	232 (99,6%)	44 (18,9%)	100 (42,9%)	88 (37,8%)
Findley	233	216 (92,7%)	23 (9,9%)	41 (17,6%)	152 (65,3%)
Galtier & Seguret	200	191 (95,5%)	38 (19%)	58 (29%)	95 (47,5%)
Matake	233	227 (97,4%)	40 (17,2%)	96 (41,2%)	91 (39,1%)
McDiarmid 1	233	229 (98,3%)	24 (10,3%)	179 (76,8%)	26 (11,2%)
McDiarmid 2	225	198 (88%)	28 (12,4%)	94 (41,8%)	76 (33,8%)
Munday & Mitchell	233	211 (90,6%)	15 (6,4%)	187 (80,3%)	9 (3,9%)
Robert	233	232 (99,6%)	44 (18,9%)	92 (39,5%)	96 (41,2%)
Stulen & Cummings	233	221 (94,8%)	23 (9,9%)	41 (17,6%)	157 (67,4%)
Yokobori	233	96 (41,2%)	10 (4,3%)	11 (4,7%)	75 (32,2%)

Tableau I.2. Récapitulatif des résultats obtenus avec les critères de type plan critique.

I.3.4.2 Critères de fatigue d'approche globale

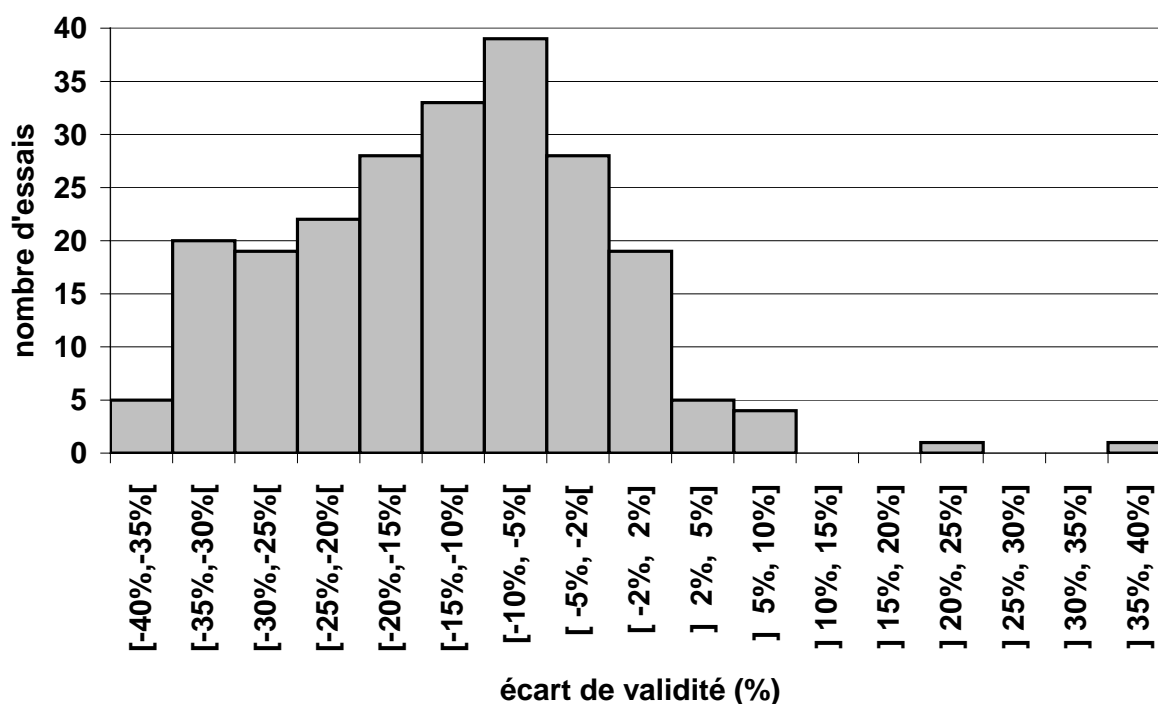


Figure I.22. Résultats obtenus avec le critère d'Altenbach & Z. 1 (224 essais sur 233).

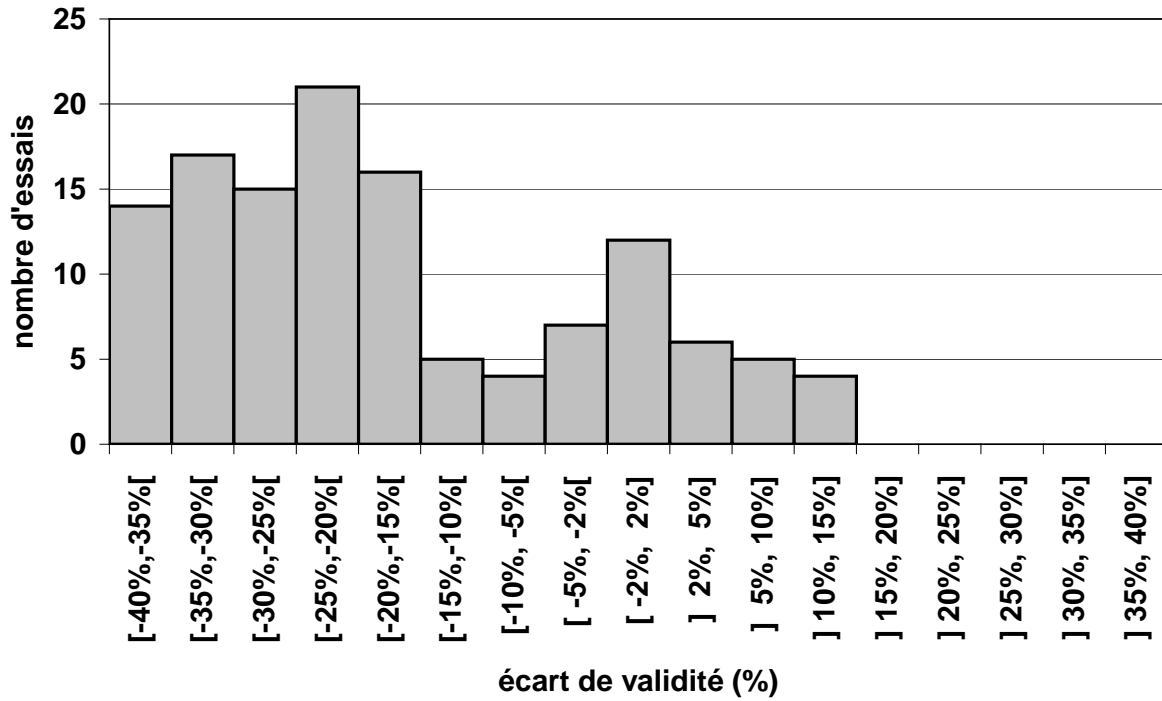


Figure I.23. Résultats obtenus avec le critère d'Altenbach & Z. 2 (126 essais sur 233)

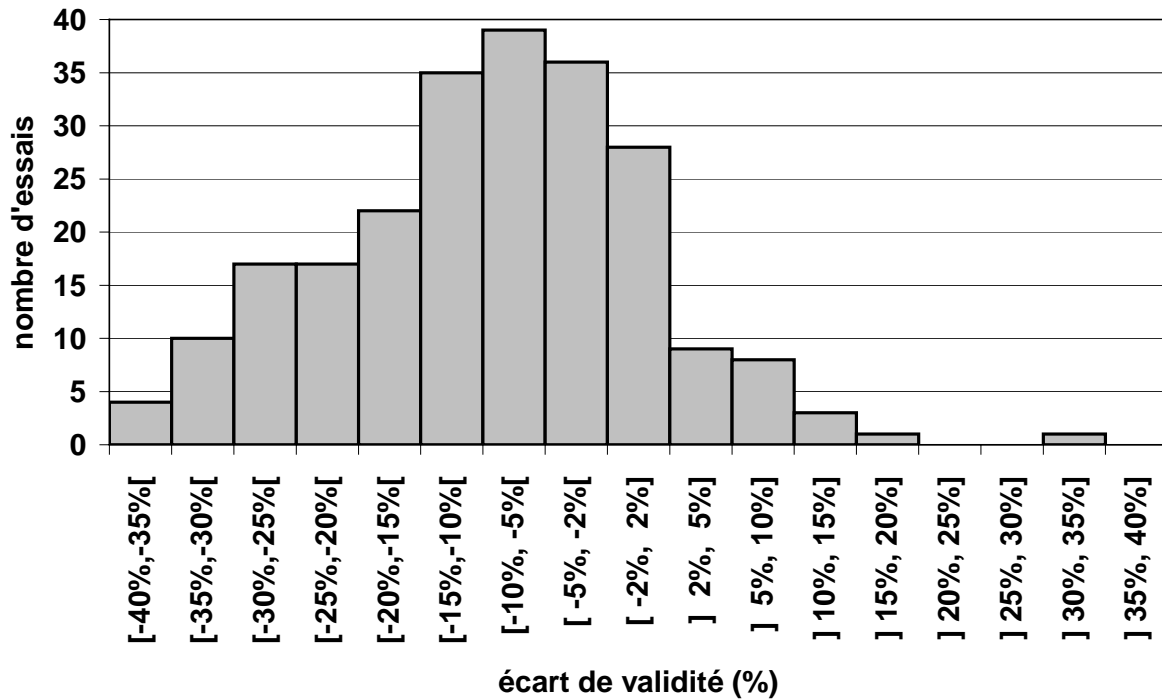


Figure I.24. Résultats obtenus avec le critère de Crossland (230 essais sur 233).

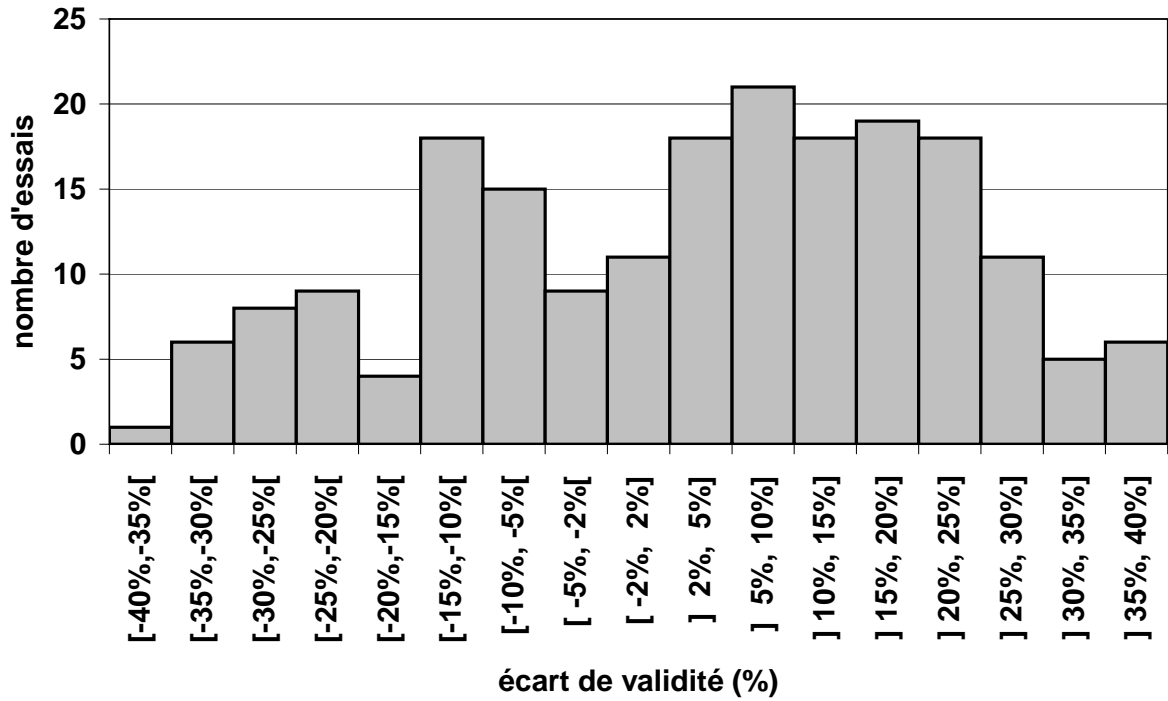


Figure I.25. Résultats obtenus avec le critère de Deitman & Issler 1 (197 essais sur 233).

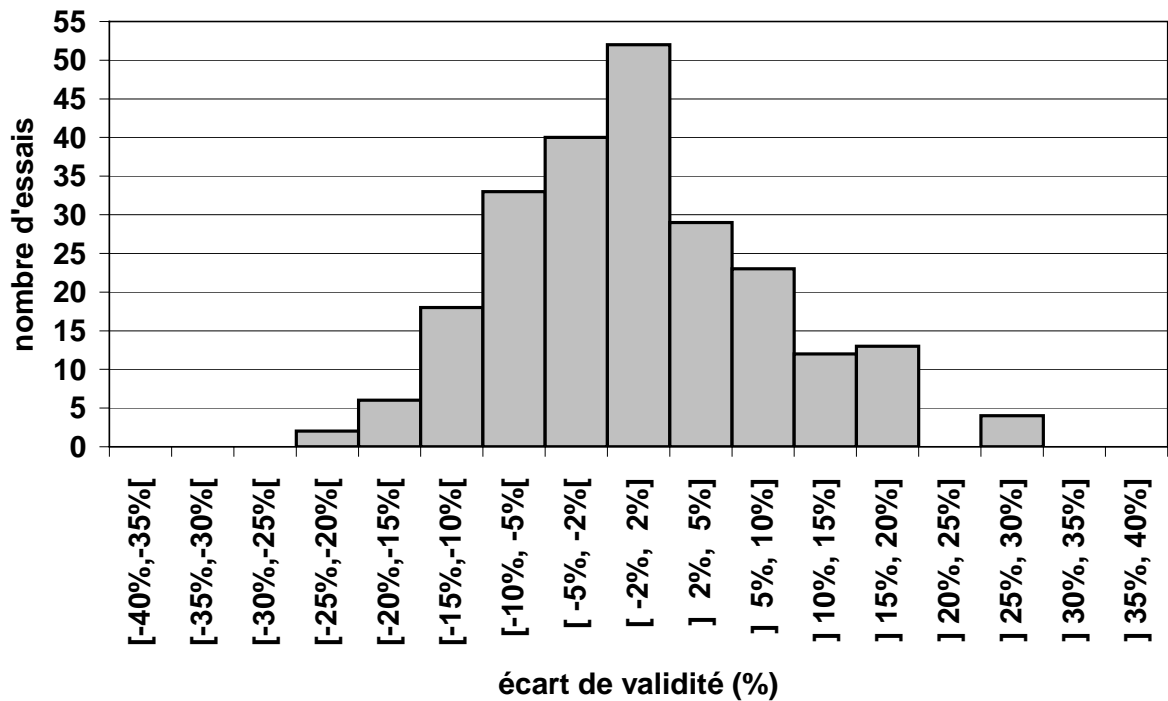


Figure I.26. Résultats obtenus avec le critère de Fogue (232 essais sur 233).

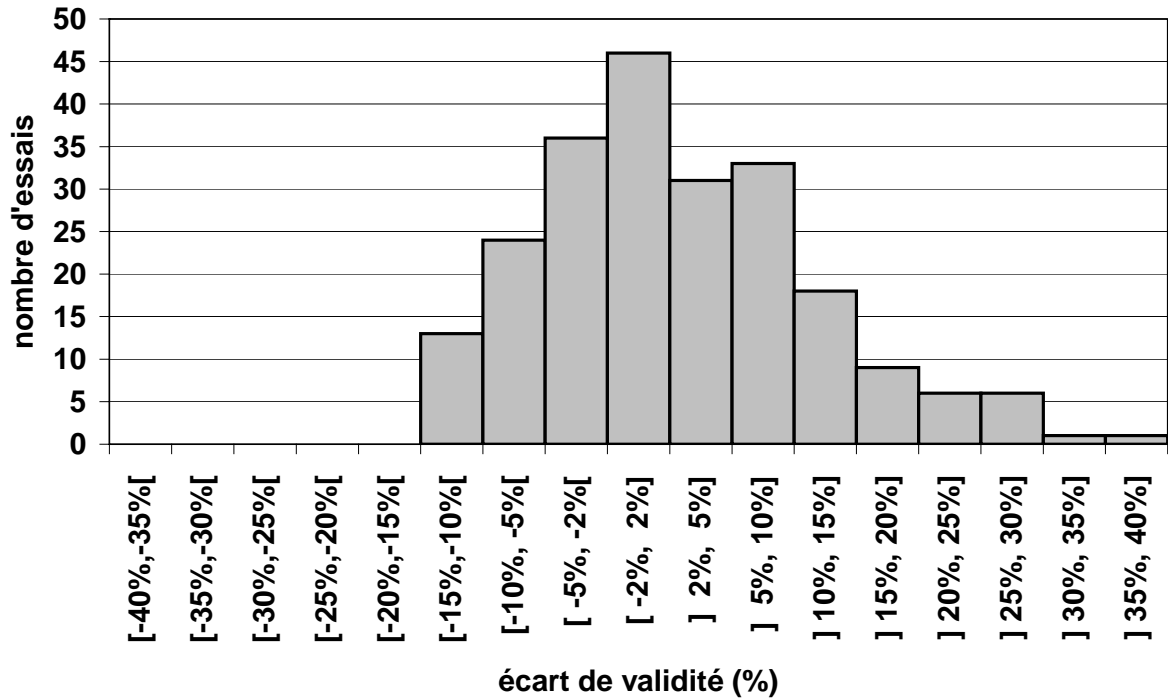


Figure I.27. Résultats obtenus avec le critère de Froustey & Lasserre (224 essais sur 233).

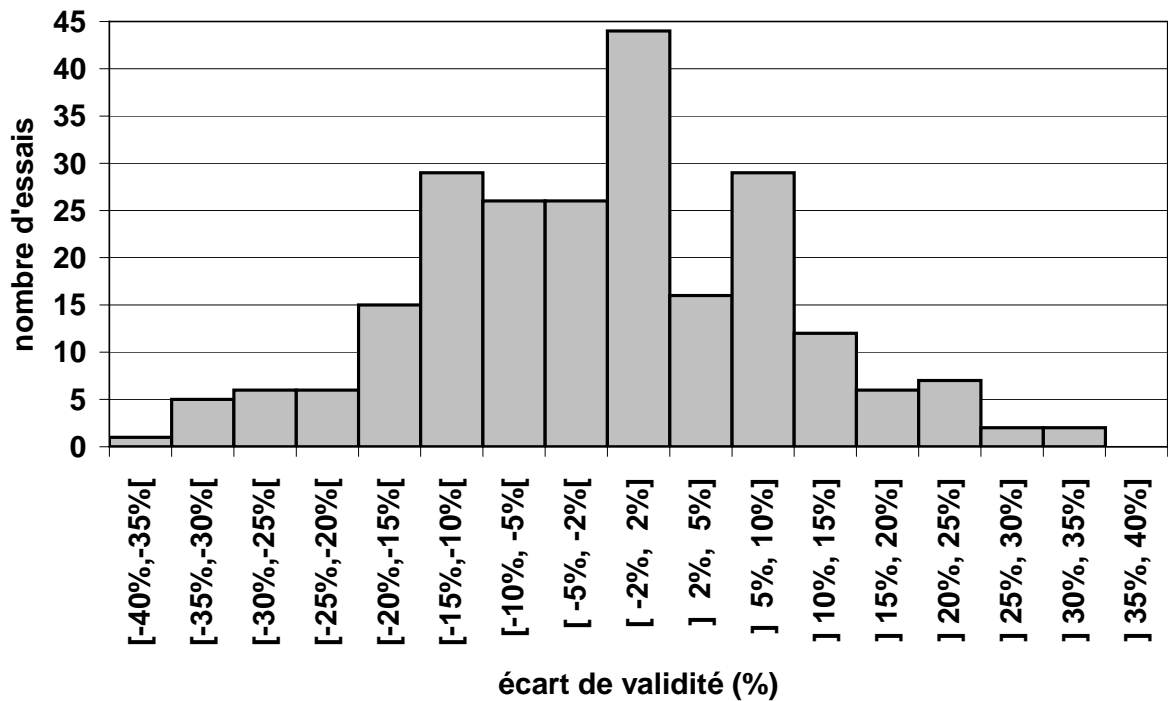


Figure I.28. Résultats obtenus avec le critère de Kakuno & Kawada (232 essais sur 233).

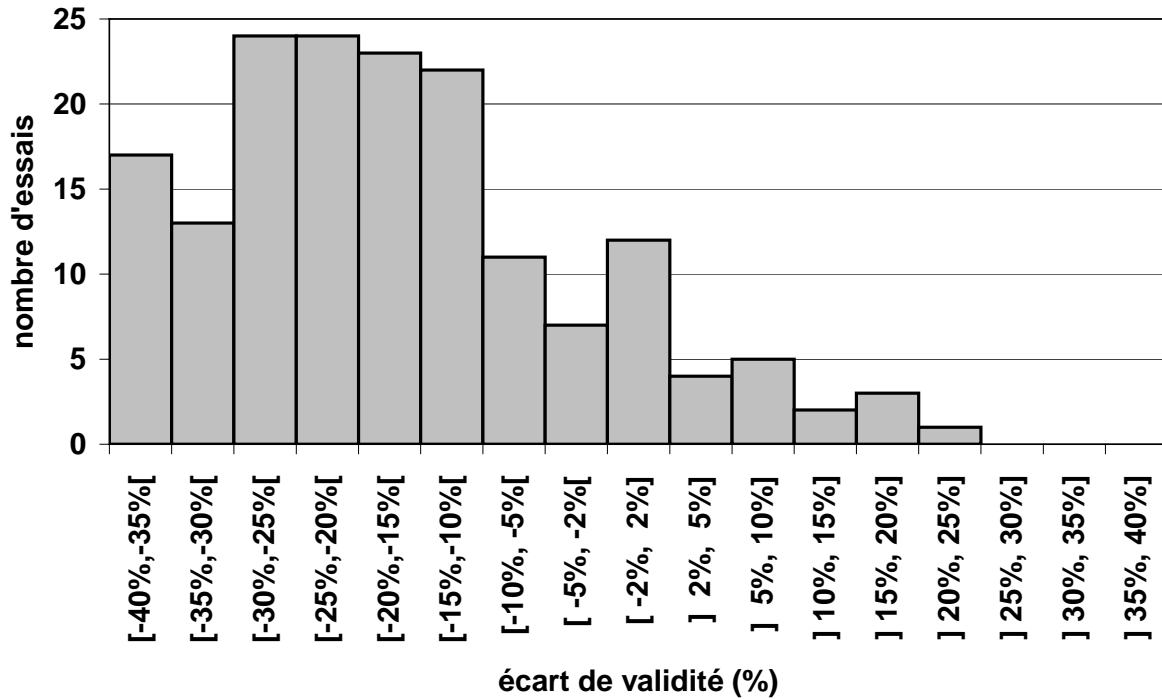


Figure I.29. Résultats obtenus avec le critère de Kinasoshvili (168 essais sur 233).

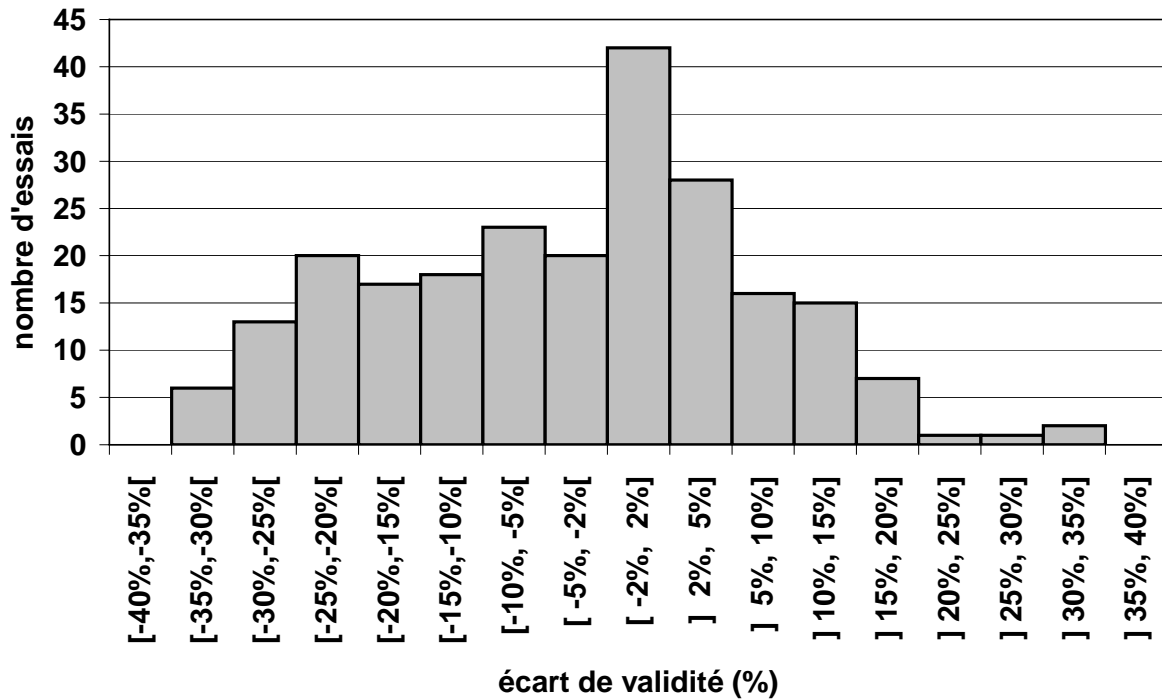


Figure I.30. Résultats obtenus avec le critère de Marin (229 essais sur 233).

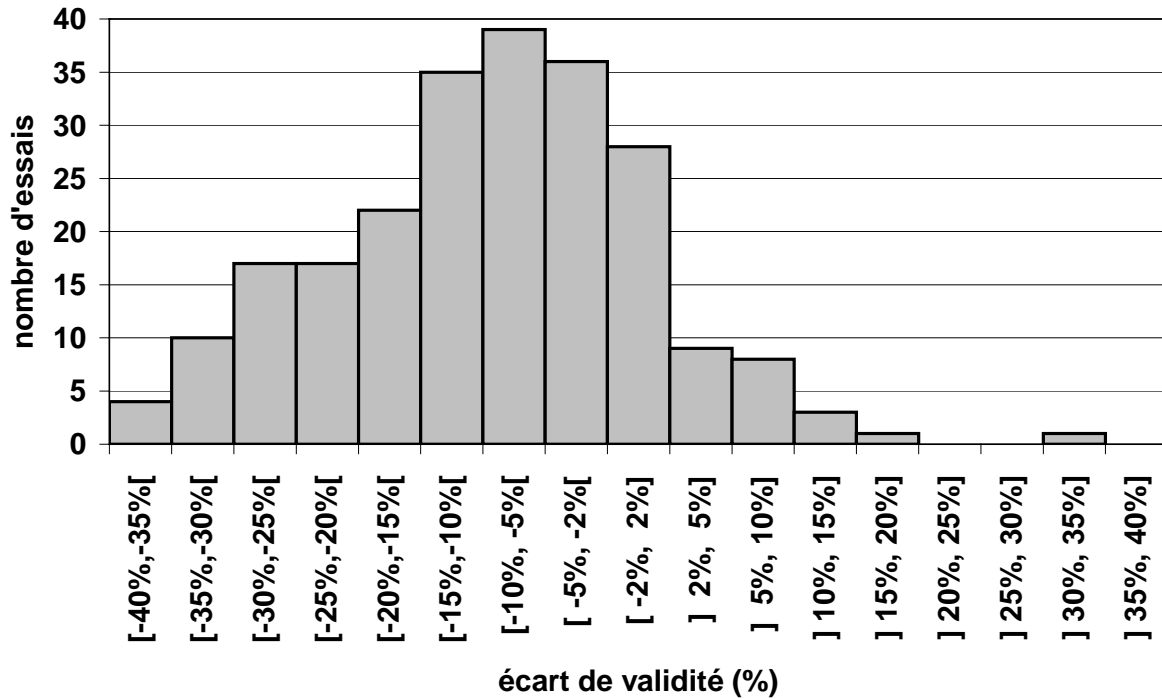


Figure I.31. Résultats obtenus avec le critère de Papadopoulos 1 (230 essais sur 233).

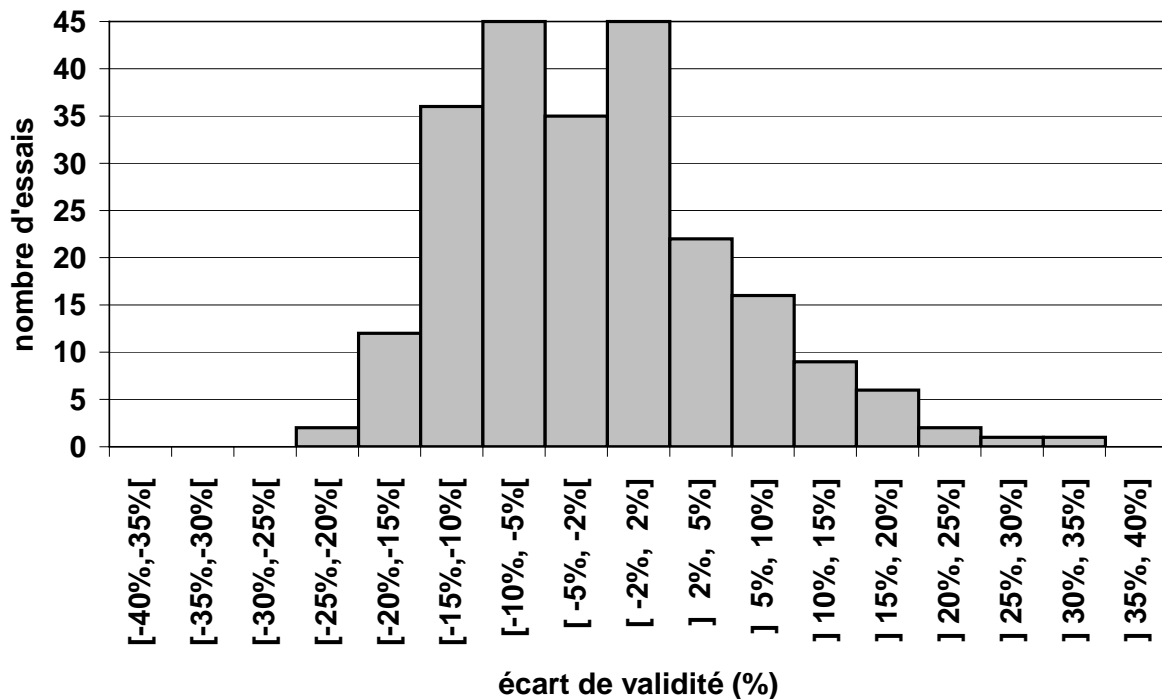


Figure I.32. Résultats obtenus avec le critère de Papadopoulos 2 (232 essais sur 233).

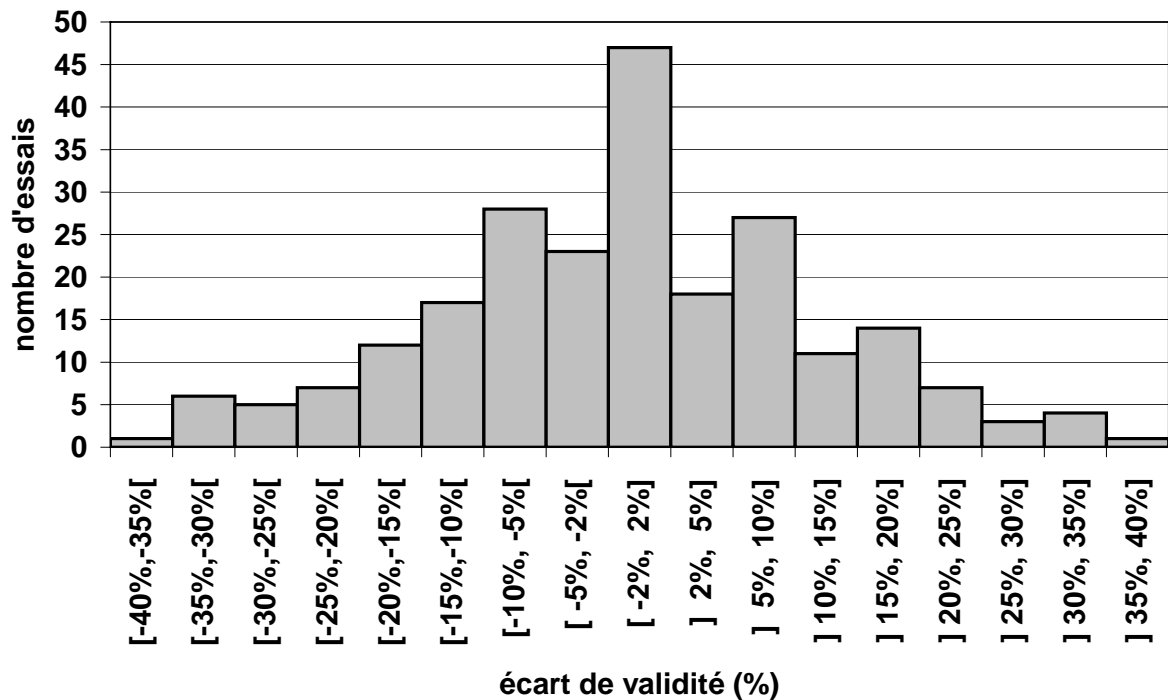


Figure I.33. Résultats obtenus avec le critère de Sines (231 essais sur 233).

Le tableau I.3 résume les résultats obtenus avec les critères d'approche globale confrontés à la banque de données d'essais multiaxiaux.

Critère	Nombre d'essais valides	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%, +40%] (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle [-2%, +2%] (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle [-40%, -2%] (pourcentage)	Nombre d'essais dans l'intervalle]+2%, +40%] (pourcentage)
			« justesse »	« non conservatif »	« conservatif »
Altenbach & Z. 1	233	224 (96,1%)	19 (8,2%)	194 (83,3%)	11 (4,7%)
Altenbach & Z. 2	233	126 (54,1%)	12 (5,2%)	99 (42,5%)	15 (6,4%)
Crossland	233	230 (98,7%)	28 (12%)	180 (77,3%)	22 (9,4%)
Deitman & Issler 1	233	197 (84,5%)	11 (4,7%)	70 (30%)	116 (49,8%)
Fogue	233	232 (99,6%)	52 (22,3%)	90 (38,6%)	81 (34,8%)
Froustey & L.	233	224 (96,1%)	46 (19,7%)	73 (31,3%)	105 (45,1%)
Kakuno & Kawada	233	232 (99,6%)	44 (18,9%)	114 (48,9%)	74 (31,8%)
Kinasoshvili	233	168 (72,1%)	12 (5,2%)	141 (60,5%)	15 (6,4%)
Marin	233	229 (98,3%)	42 (18%)	117 (50,2%)	70 (30%)
Papadopoulos 1	233	230 (98,7%)	28 (12%)	180 (77,3%)	22 (9,4%)
Papadopoulos 2	233	232 (99,6%)	45 (19,3%)	130 (55,8%)	57 (24,5%)
Sines	233	231 (99,1%)	47 (20,2%)	99 (42,5%)	85 (36,5%)

Tableau I.3. Récapitulatif des résultats obtenus avec les critères d'approche globale.

I.3.5 Particularités de certains critères de type plan critique

Parmi l'ensemble des critères multiaxiaux de fatigue de type plan critique, ceux de McDiarmid 1, McDiarmid 2, Mataka et Munday & Mitchell se singularisent par leur choix du plan critique. En effet, ils définissent le plan dit critique comme celui où la contrainte tangentielle est maximale (Munday & Mitchell), ou comme celui où l'amplitude de la contrainte tangentielle est maximale (McDiarmid 1 et 2, Mataka). Le plan critique étant défini, le calcul de la fonction de fatigue représentative de l'endommagement de la matière au point considéré est alors réalisé. La particularité réside dans le fait que le plan choisi n'est pas en relation directe avec l'expression de la fonction de fatigue comme cela est réalisé habituellement pour les critères de type plan critique, qui opèrent généralement de la façon suivante : ils déterminent un indicateur d'endommagement par plan puis recherchent parmi tous les plans possibles celui où cette quantité est maximale. S'ils ne procèdent pas ainsi, ils maximisent alors une fonction en garantissant par leur formalisme qu'il n'existe pas d'extremum supérieur. La valeur maximale relative à l'endommagement de la matière est alors cohérente avec la modélisation du comportement en fatigue.

Les critères cités précédemment ne répondent pas à cette particularité. Leurs auteurs postulent que les plans critiques sont ceux sur lesquels soit l'amplitude du cisaillement soit le cisaillement lui-même est maximal. On pourrait alors dire avec certitude que si plusieurs plans répondent à cette exigence, ils sont logiquement équi-endommagés puisque tous critiques d'après le critère. Cependant le calcul sur ces plans critiques de la fonction de fatigue (et qui elle représente la notion de dommage) conduit généralement à des valeurs différentes. Comme la nature des contraintes présentes au sein de la fonction de fatigue reste inchangée d'un plan critique à l'autre, c'est la valeur de ces contraintes sur ces plans qui est différente. Par exemple, pour un état multiaxial de contraintes, la contrainte normale n'est généralement pas la même d'un plan physique à un autre. Comment faut-il alors interpréter la valeur de la fonction de fatigue E de ces critères particuliers par rapport à l'unité, qui représente la limite de fatigue du matériau ? Bien sûr lorsque ces critères sont appliqués à certains chargements particuliers, leur comportement redevient cohérent, c'est à dire qu'il y a unicité de la valeur de la fonction de fatigue sur l'ensemble des plans physiques définis comme étant critiques. Néanmoins la vocation première des critères de fatigue est de statuer quant à la tenue en fatigue de la matière soumise à un chargement multiaxial périodique quelle que soit sa nature. Il suffit d'un contre-exemple (un cycle de contrainte multiaxial particulier) pour ôter le caractère général d'application du critère.

Considérons à titre d'exemple le critère de Mataka (cf. paragraphe I.2.2.8) et l'essai n° 914 (cf. annexe A, paragraphe A.9). L'essai n° 914 correspond à une traction biaxiale où un cycle de traction alternée symétrique d'amplitude 305 MPa est appliqué suivant l'axe 1 et une traction statique de valeur 372 MPa est appliquée suivant l'axe 2. La recherche du plan critique selon Mataka nous conduit à un ensemble infini de plans critiques identiquement inclinés à 45 degrés entre l'axe 1 et le plan (2, 3). Il s'agit des plans physiques où l'amplitude de la contrainte tangentielle est maximale. Une représentation de cet ensemble est donnée sur la figure I.34 par les deux cônes d'axisymétrie autour de l'axe 1 et d'angle droit au sommet. Tout plan tangent à l'une de ces deux surfaces axoïdes fait partie de l'ensemble des plans critiques. Sur tous ces plans physiques l'amplitude de la contrainte tangentielle est égale à 152,5 MPa. Nous choisissons parmi ceux-ci deux plans : celui également incliné de 45 degrés par rapport aux axes 1 et 3 et celui incliné identiquement mais par rapport aux axes 1 et 2. Sur le premier plan la contrainte normale maximale atteinte au cours du cycle vaut 152,5 MPa, sur le second elle vaut 338,5 MPa. Calculons la fonction de fatigue du critère de Mataka sur les deux plans critiques considérés : pour le premier, on obtient $E_{MT} = 0,889$, et pour le second $E'_{MT} = 1,062$. Les deux plans critiques donnent donc lieu à deux valeurs très différentes et contradictoires quant à l'interprétation du critère de Mataka. Le premier plan prévoit, au point considéré, que le cycle de contraintes n'atteint pas la limite

de fatigue tandis que le second prévoit l'amorçage d'une fissure avant d'atteindre le nombre de cycles correspondant à la limite de fatigue du matériau. L'interprétation et la validité des critères de McDiarmid 1, McDiarmid 2, Mataka et Munday & Mitchell sont donc tributaires du choix du plan critique.

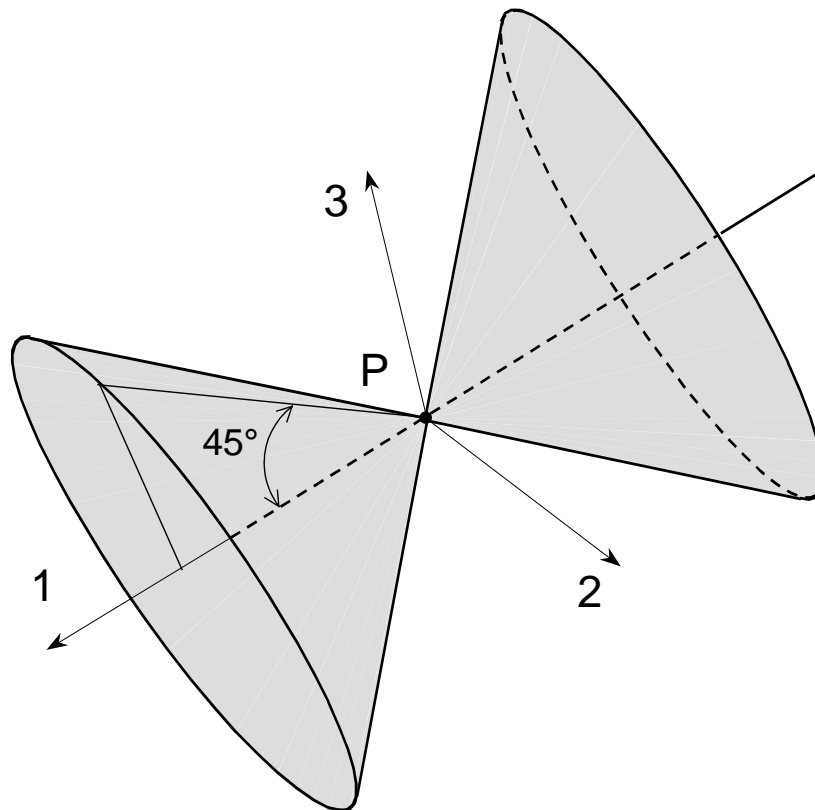


Figure I.34. Représentation par deux surfaces axoïdes de l'ensemble des plans critiques au sens du critère de Mataka (essai n° 914).

Les critères de type plan critique qui définissent un indicateur d'endommagement par plan puis qui recherchent le plan où cet indicateur est maximal ne présentent pas d'ambiguïté pour l'interprétation de la fonction de fatigue. Reprenons le critère de Mataka. Ce dernier se différencie du critère de Findley uniquement par la définition du plan critique. Findley définit le plan critique en recherchant celui où la fonction de fatigue, dont l'expression est identique à celle que le critère de Mataka n'applique que sur le plan dit critique, atteint son maximum. Nous avons conduit plusieurs calculs informatiques pour valider ces deux critères. Trois calculs qui se différencient uniquement par le choix du plan initial permettant la recherche du plan critique ont été réalisés sur l'ensemble des essais de la banque de données. La représentation graphique donnée figure I.35 rassemble les résultats obtenus avec le critère de Mataka. La figure I.36 donne les résultats obtenus avec le critère de Findley. Les deux figures illustrent l'incohérence rencontrée dans les modélisations du comportement en fatigue qui définissent le plan critique d'une certaine façon et l'expression de la fonction de fatigue sur ce plan d'une façon différente. Pour ces critères (McDiarmid 1, McDiarmid 2, Mataka et Munday & Mitchell), il n'y a pas cohérence, comme on l'a vu, entre la recherche du plan critique et l'expression de la fonction de fatigue sur le plan critique. La figure I.35 montre des répartitions des essais différentes pour trois plans initiaux de recherche du plan critique distincts. Pour les trois calculs opérés, le plan critique n'est jamais le même et les valeurs des fonctions de fatigue sont donc différentes d'un calcul à l'autre. Au contraire, les résultats obtenus avec le critère de Findley, figure I.36, aboutissent toujours à la même distribution et ceci quel que soit le plan initial choisi de recherche du plan critique.

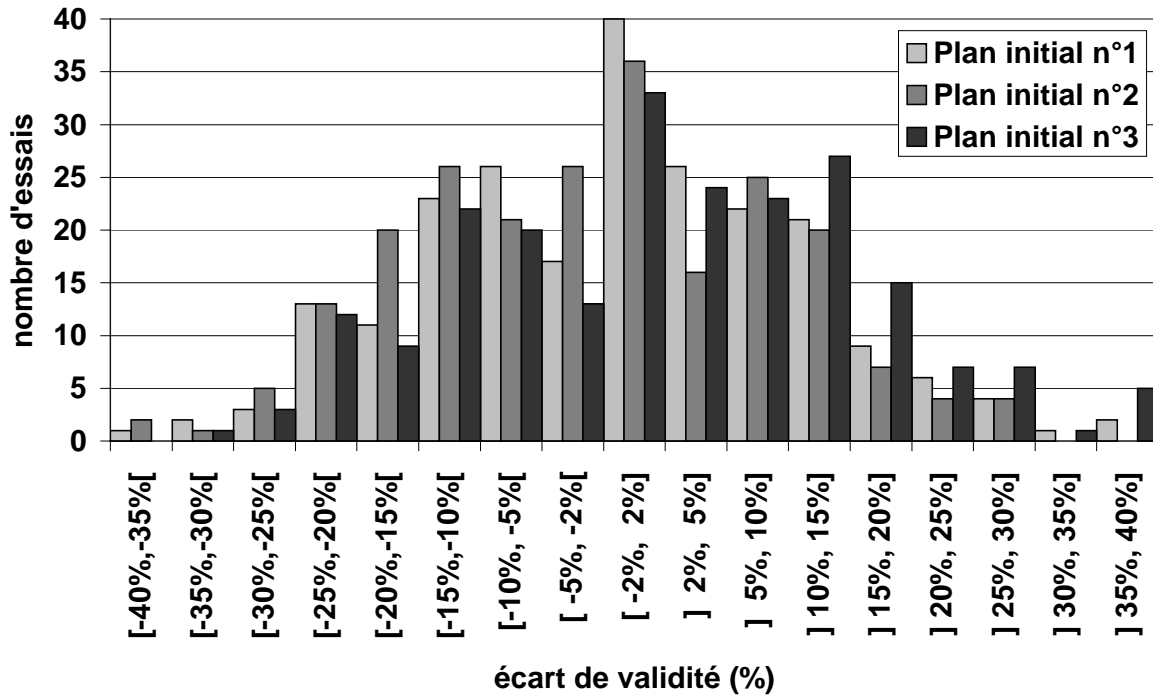


Figure I.35. Résultats obtenus avec le critère de Mataké pour trois plans initiaux différents de recherche du plan critique, sur l'ensemble des essais de la banque de données.

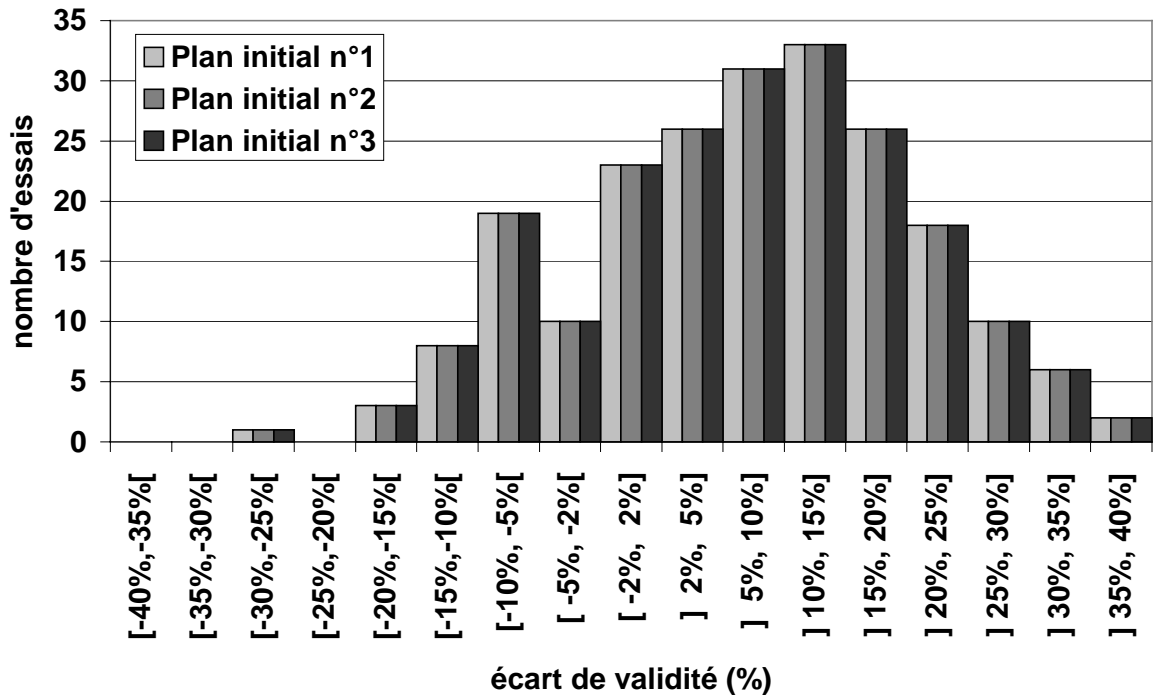


Figure I.36. Résultats obtenus avec le critère de Findley pour trois plans initiaux différents de recherche du plan critique, sur l'ensemble des essais de la banque de données.

1.4 Conclusions

Depuis plus d'un demi-siècle, de nombreuses modélisations du comportement des métaux en fatigue ont été formulées. Nous avons restreint notre étude aux critères de fatigue multiaxiaux basés sur des termes de contraintes mais bien d'autres modèles existent [7] faisant intervenir des éléments de déformations ou des expressions dépendant à la fois des contraintes et des déformations. Parmi les 37 critères en contrainte recensés, 24 ont été programmés puis validés avec une banque de données d'essais multiaxiaux de fatigue issus de la littérature et regroupant 233 essais. Les tendances observées permettent de juger de la justesse et des aspects conservatif ou non conservatif des critères. Aucun critère ne donne des résultats parfaits pour tous les types d'essais rencontrés mais, par contre, certains critères sont très peu fiables (Munday & Mitchell, Yokobori, Altenbach & Zolocheski 2, Deitman & Issler 1 et Kinasoshvili) ou ont tendance à être trop conservatifs (Findley, Stulen & Cummings) ou non conservatifs (McDiarmid 1, Altenbach & Zolocheski 1, Crossland, Papadopoulos 1). L'étude a volontairement été menée sur l'ensemble des essais de la banque de données sans dissocier les différents types de chargement afin de permettre de juger des critères globalement, sur tout type de sollicitations et non pas d'étudier l'influence, par exemple, du déphasage, de la biaxialité, des contraintes moyennes, etc. L'objectif final de cette étude préliminaire est d'intégrer le plus grand nombre de critères multiaxiaux, en respectant au mieux leur spécificité, au sein d'une méthode d'estimation de durée de vie sous chargement quelconque, et qui sera présentée au chapitre III.

