

**Manuel de Validation****Fascicule V2.03 : Dynamique linéaire des coques et plaques****Document : V2.03.503**

# SDLS503 - Vibrations de flexion d'une poutre sandwich

---

**Résumé :**

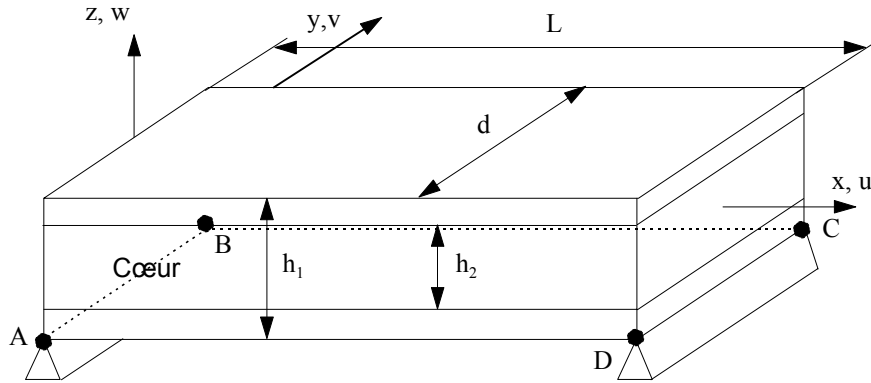
Ce test représente un calcul en analyse modale d'une poutre sandwich simplement supportée. Ce test permet de valider :

- la modélisation éléments finis DKT avec des mailles QUAD4 et TRIA3,
- la modélisation éléments finis DST avec des mailles QUAD4 et TRIA3,
- la prise en compte de la rigidité en cisaillement transverse,
- la prise en compte de matériau composite.

Les fréquences et les modes obtenus sont comparés à une solution de référence analytique.

# 1 Problème de référence

## 1.1 Géométrie



$$\begin{aligned} L &= 1.0 \text{ m} \\ d &= 0.1 \text{ m} \\ h_1 &= 0.1 \text{ m} \\ h_2 &= 0.05 \text{ m} \end{aligned}$$

## 1.2 Propriétés du matériau

Revêtements :	$E_x = 4. \cdot 10^{10} \text{ Pa}$	$G_{xz} = 4. \cdot 10^9 \text{ Pa}$	$\nu_{xz} = 0.3$	$\rho_1 = 2000 \text{ kg/m}^3$
Cœur :	$E_x = 4. \cdot 10^7 \text{ Pa}$	$G_{xz} = 1.5. \cdot 10^7 \text{ Pa}$	$\nu_{xz} = 0.3$	$\rho_2 = 50 \text{ kg/m}^3$
Coefficient de cisaillement K : $1/K=110.8$				

Les coefficients de poisson sont identiques :  $\nu_{xz} = \nu_{xy} = \nu_{yz}$

## 1.3 Conditions aux limites et chargements

C.L. : la poutre repose simplement sur les cotés AB et CD.

## 1.4 Conditions initiales

Sans objet

## 2 Solution de référence

### 2.1 Méthode de calcul utilisée pour la solution de référence

Le calcul s'effectue à partir des relations d'équilibre dynamique et de comportement [bib2] rappelées ci-après :

$$\frac{\partial M_x}{\partial X} + T_y = \langle \rho I \rangle \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} \quad \frac{\partial T_y}{\partial X} = \langle \rho S \rangle \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

$$M_z = \langle EI \rangle \frac{\partial \theta_z}{\partial X} \quad T_y = K \langle GS \rangle \frac{\partial v}{\partial X} - \theta_z$$

Ces relations permettent d'écrire l'équation du mouvement de flexion dynamique transverse  $v(x,t)$ . On obtient l'équation aux fréquences propres après avoir associé les conditions aux limites.

L'équation aux fréquences propres s'écrit :

$$\sin(X_2) = 0 \quad \text{avec} \quad X_2 = \left\{ \bar{\omega}^2 \frac{(1+a)}{2} + \sqrt{\bar{\omega}^2 \left[ \bar{\omega}^2 \left( \frac{1-a}{2} \right)^2 + \frac{1}{\bar{r}^2} \right]} \right\}^{\frac{1}{2}}$$






et

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\langle \rho I \rangle \omega^2 l^2}{\langle EI \rangle} ; \bar{r}^2 = \frac{\langle \rho I \rangle}{\langle \rho S \rangle l^2} ; a = \frac{\langle \rho S \rangle \langle EI \rangle}{K \langle \rho I \rangle \langle GS \rangle}$$

Les solutions de l'équation aux fréquences propres s'écrivent alors :  $X_2 = n\pi$  (n=1,2,3,...)

### 2.2 Résultats de référence

5 premières fréquences et modes propres de flexion associés.

- Fréquence mode 1 : 64.476 Hz 
- Fréquence mode 2 : 131.918 Hz 
- Fréquence mode 3 : 198.734 Hz 
- Fréquence mode 4 : 265.383 Hz 
- Fréquence mode 5 : 331.963 Hz 

### 2.3 Incertitudes sur la solution

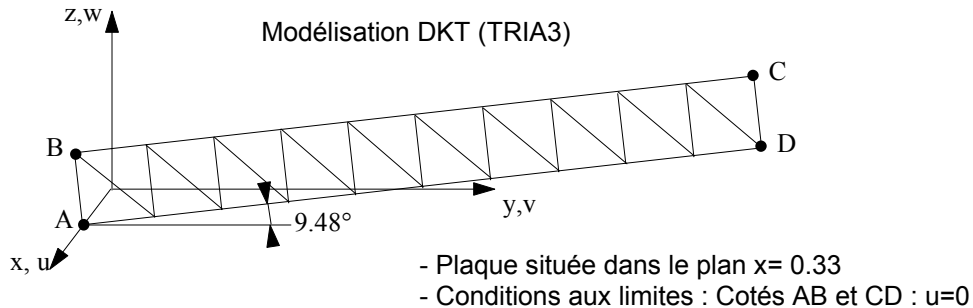
La solution de référence est calculée dans le cadre des hypothèses de la théorie des poutres [bib2] :  $\sigma_y = \sigma_z = 0$ .

### 2.4 Références bibliographiques

- [1] VPCS : Progiciel de calcul de structures composites ; Exemples de validation. Revue des composites et des matériaux avancés, Volume 5 - numéro hors série/ 1995 - Edition Hermes.
- [2] CIEAUX J.M. : Flexion dynamique des poutres composites à phases orthotropes ; Validité du domaine quasi-statique, thèse de l'université Paul Sabatier Toulouse III, 1988.

### 3 Modélisation A

#### 3.1 Caractéristiques de la modélisation



#### 3.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22  
Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

#### 3.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE MODELE	AFFE	MODELISATION : 'DKT'
AFFE CARA_ELEM	COQUE	EPAIS
DEFI MATERIAU	ELAS_ORTH	E_L E_T G_LT G_LN NU_LT NU_LN RHO
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA' 'MASS_MECA'
MODE_ITER_INV	CALC_FREQ	OPTION : 'AJUSTE' FREQ : (5. 8500.)

## 4 Résultats de la modélisation A

### 4.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Fréquence mode 1	64.476	277.449	330.
Fréquence mode 2	131.918	1105.83	738.
Fréquence mode 3	198.734	2473.80	1.14E3
Fréquence mode 4	265.383	4363.97	1.54E3
Fréquence mode 5	331.963	6753.904	1.93E3

### 4.2 Remarques

Dans le tableau de résultats, nous avons reporté les fréquences dont les modes sont identiques aux modes de référence.

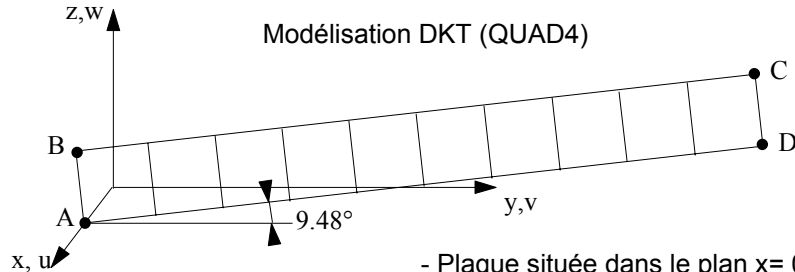
- les effets du cisaillement transverse sont négligés dans la modélisation 'DKT',
- les résultats Aster sont très supérieurs aux résultats de référence,
- apparition d'un mode de membrane entre les modes 2 et 3 et entre les modes 5 et 6 de référence.

### 4.3 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.17  
Machine : SGI-Origin2000 R12000  
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets  
Temps CPU User : 3.37 secondes

## 5 Modélisation B

### 5.1 Caractéristiques de la modélisation



- Plaque située dans le plan  $x=0.33$
- Conditions aux limites : Cotés AB et CD :  $u=0$

### 5.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22  
Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

### 5.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE MODELE	AFFE	MODELISATION : 'DKT'
AFFE CARA ELEM	COQUE	EPAIS
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	E_L E_T G_LT G_LN NÚ LT NÚ LN RHO
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA' 'MASS_MECA'
MODE_ITER_INV	CALC_FREQ	OPTION : 'AJUSTE' FREQ : (5. 8500.)

## 6 Résultats de la modélisation B

### 6.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Fréquence mode 1	64.476	277.788	331
Fréquence mode 2	131.918	1111.225	742.
Fréquence mode 3	198.734	2500.930	1.16E3
Fréquence mode 4	265.383	4449.073	1.52E3
Fréquence mode 5	331.963	6960.324	2.00E3

### 6.2 Remarques

Dans le tableau de résultats, nous avons reporté les fréquences dont les modes sont identiques aux modes de référence.

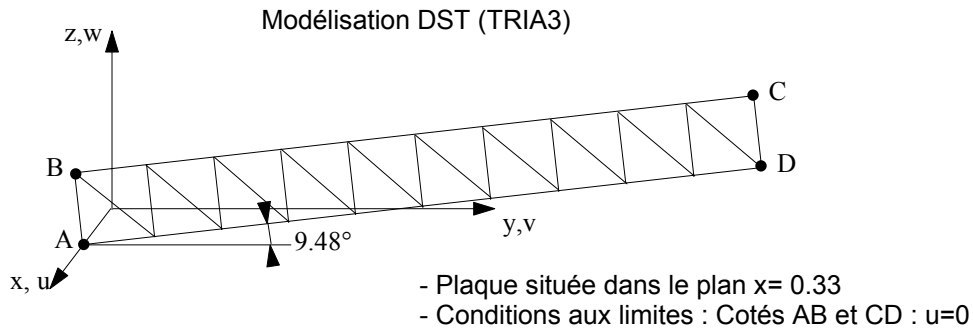
- les effets du cisaillement transverse sont négligés dans la modélisation 'DKT',
- les résultats Aster sont très supérieurs aux résultats de référence,
- apparition d'un mode de membrane entre les modes 2 et 3 et entre les modes 5 et 6 de référence.

### 6.3 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.17  
Machine : SGI-Origin2000 R12000  
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets  
Temps CPU User : 3.53 secondes

## 7 Modélisation C

### 7.1 Caractéristiques de la modélisation



### 7.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22  
Nombre de mailles et type : 20 TRIA3

### 7.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION : 'DST'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	E_L E_T G_LT G_LN NU_LT NU_LN RH0
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA' 'MASS_MECA'
MODE_ITER_INV	CALC_FREQ	OPTION : 'AJUSTE' FREQ : (5. 500.)



## 8 Résultats de la modélisation C

### 8.1 Valeurs testées

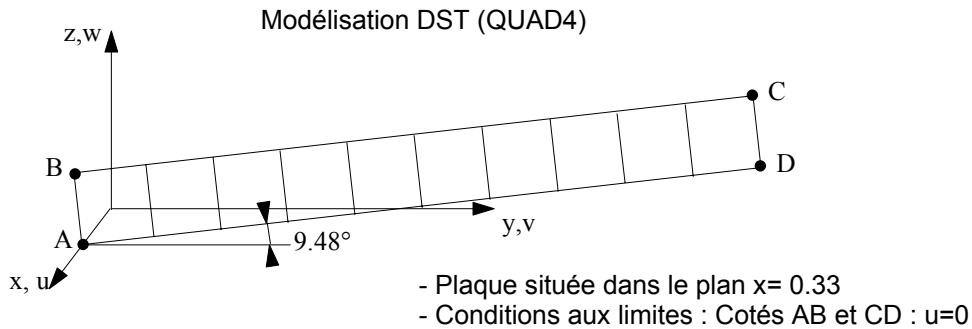
Identification	Référence	Aster	% différence
Fréquence mode 1	64.476	64.573	0.150
Fréquence mode 2	131.918	133.987	1.568
Fréquence mode 3	198.734	206.046	3.679
Fréquence mode 4	265.383	282.875	6.591
Fréquence mode 5	331.963	365.919	10.229

### 8.2 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.17  
Machine : SGI-Origin2000 R12000  
Encombrement mémoire : 16 mégaoctets      Temps CPU User : 2.84 secondes

## 9 Modélisation D

### 9.1 Caractéristiques de la modélisation



### 9.2 Caractéristiques du maillage

Nombre de nœuds : 22  
Nombre de mailles et type : 10 QUAD4

### 9.3 Fonctionnalités testées

Commandes	Mot-clé facteur	Mot-clé
AFFE_MODELE	AFFE	MODELISATION : 'DST'
AFFE_CARA_ELEM	COQUE	EPAIS
DEFI_MATERIAU	ELAS_ORTH	E_L E_T G_LT G_LN NU_LT NU_LN RHO
CALC_MATR_ELEM	OPTION	'RIGI_MECA' 'MASS_MECA'
MODE_ITER_INV	CALC_FREQ	OPTION : 'AJUSTE' FREQ : (5. 500.)

## 10 Résultats de la modélisation D

### 10.1 Valeurs testées

Identification	Référence	Aster	% différence
Fréquence mode 1	64.476	64.595	0.184
Fréquence mode 2	131.918	131.495	-0.320
Fréquence mode 3	198.734	196.861	-0.942
Fréquence mode 4	265.383	260.247	-1.935
Fréquence mode 5	331.963	320.409	-3.480

### 10.2 Paramètres d'exécution

Version : NEW 5.04.17  
Machine : SGI-Origin2000 R12000  
Encombrement mémoire : 16 mégoctets      Temps CPU User : 3.21 secondes

## 11 Synthèse des résultats

---

La modélisation DKT n'est pas adaptée pour modéliser ce cas-test, les erreurs sont très importantes. La formulation DKT ne prend pas en compte le cisaillement transverse contrairement à la modélisation DST. Pour ce type d'exemple, où la structure est constituée d'un matériau composite et relativement épaisse ( $h/L = 0.1$ ), il est préférable d'utiliser la modélisation DST.

Les résultats obtenus avec DST sont :

- satisfaisants pour les 3 premières fréquences avec la maille TRIA3 et pour les 5 premières fréquences pour la maille QUAD4 avec une meilleure précision pour la maille QUAD4,
- l'erreur de 10% pour la 4<sup>ième</sup> et 5<sup>ième</sup> fréquence avec la maille TRIA3 est significative. Un maillage plus fin devrait permettre d'améliorer les résultats en ayant une meilleure représentation des derniers modes.